

História da Matemática: A lenda do Xadrez

Conteúdo: introdução a potenciação e radiciação.

Ano: 7º ano



Em um reino muito distante havia um rei que estava muito triste. Sua vida era monótona. Um dia, afinal, o rei foi informado de que um moço brâmane solicitava uma audiência que vinha pleiteando havia já algum tempo. Mandou então o rei que trouxessem o desconhecido à sua presença. E o jovem começou a falar:

- Meu nome é Lahur Sessa, sou professor de Matemática e Ciências, e venho da aldeia de Namir, que trinta dias de marcha separam desta bela cidade. Ao recanto em que eu vivia chegou a de que o nosso bondoso rei arrastava os dias em meio de profunda tristeza, amargurado pela ausência de um filho que a guerra viera roubar-lhe. Deliberei, pois, inventar um jogo que lhe desse alegria novamente. E é isto que me traz aqui.

Como todos os soberanos, este também era muito curioso, e não aguentou para saber o que o jovem sábio lhe trouxera. O que Sessa trazia ao rei consistia num

grande tabuleiro quadrado, dividido em sessenta e quatro quadradinhos, ou casas, iguais. Sobre esse tabuleiro colocavam-se, não arbitrariamente, duas coleções de peças que se distinguem, uma da outra, pelas cores branca e preta, repetindo, porém, simetricamente, os engenhosos formatos e subordinados a curiosas regras que lhes permitiam movimentar-se por vários modos. Sessa explicou pacientemente ao rei, ensinando-lhes as regras essenciais que consistiam o jogo. (...).

O semblante do rei da Índia mostrava espanto e admiração. Com os olhos fixos no tabuleiro, ele procurava os movimentos das peças: reis, rainhas, bispos, cavalos, torres, peões. Que engenhosa invenção!

Depois, dirigindo-se ao jovem brâmane, disse-lhe:

- Quero recompensar-te, meu amigo, por este maravilhoso presente, que de tanto me serviu para o alívio de velhas angústias. Diz-me o que queres, qualquer das maiores riquezas, que te será dado.

- Desejo a recompensa em grãos de trigo. Dar-me-ás um grão de trigo pela primeira casa, dois pela segunda, quatro pela terceira, oito pela quarta, dezesseis pela quinta, e assim sucessivamente,

até a sexagésima quarta e última casa do tabuleiro.

O rei ficou espantado com o pedido. Tão pouco! Pois achou que Sessa tinha desperdiçado uma grande oportunidade. Solicitou que os algebristas mais hábeis da corte do reino calculassem a recompensa e ficou surpreso ao saber que nem todo o trigo produzido no mundo era suficiente para pagar a dívida.

Rei magnânimo! Calculamos o número de grãos de trigo que

constituirá o pagamento e obtivemos um número cuja grandeza é inconcebível para a imaginação humana.

Sessa abriu mão de seu pedido, mas mostrou ao rei uma nova maneira de pensar. Como não foi possível atender ao pedido de Sessa, mas era preciso premiar a notável inteligência, o rei ordenou que recebesse uma quantia tão grande de moedas que pudesse viver uma vida tranquila e continuasse a inventar jogos como o xadrez.

Fonte: O Homem que Calculava. Malba Tahan

Descobrimo a quantidade de grãos

A quantidade de grão pedida era tão grande que, em todos os celeiros do mundo, não existia tanto trigo. Seria necessário secar todos os rios, lagos, mares e oceanos, fundir o gelo e a neve do norte, cobrir de searas toda a superfície da Terra e entregar a Sessa cada grão colhido. O total desses grãos é um número inconcebível para a mente humana, ou seja, mais de dezoito quintilhões (18 446 744 073 709 551 615).

Caso Sessa recebesse essa quantia, a distribuição de grãos seria da seguinte maneira:

1um grão pela primeira casa;

1 . 2 =2dois grãos pela segunda casa;

2 . 2 =4quatro grãos pela terceira casa, o dobro de dois, quantidade da casa anterior;

4 . 2 =8oito grãos pela segunda casa;

8 . 2 =16dezesseis grãos pela quinta casa...

E assim sucessivamente.

Os termos desta sequência aumentam rapidamente. A representação numérica pode ser feita com multiplicações do número 2.

1

2

4 = 2 . 2

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

E assim até a última casa.

Com base nesta sequência, os matemáticos representam os termos usando a operação de potência, ou seja, a multiplicação de fatores iguais. Observe como se escrevem os termos da sequência usando essa operação.

$$1 = 2^0$$

$$2 = 2^1$$

$$4 = 2 \cdot 2 = 2^2$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$$

$$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

E assim até a última casa.

Somando a quantidade de grãos que Sessa receberia em cada casa, obtém-se o total pedido por ele.

$$\text{Total de grãos} = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63}$$

Esse número é igual a 18 446 744 073 709 551 615.

Em cada casa de tabuleiro de xadrez, as potências estariam dispostas desta maneira:

